

Lista 1 (poziom podstawowy)

Zad. 1 (1 pkt.) Oblicz wartość wyrażenia $3\log_7 2 + \log_7 56 - 2\log_7 8$.

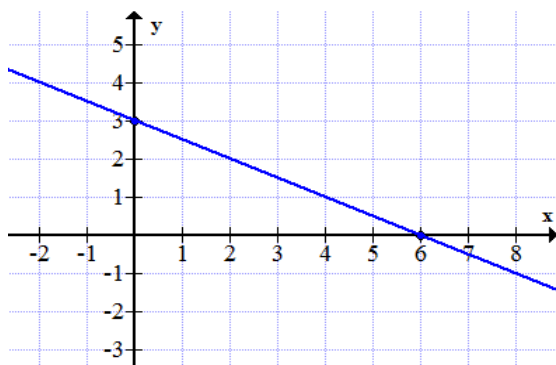
Zad. 2 (1 pkt.) Oblicz wartość wyrażenia $5^{101} + 5^{101} + 5^{101} + 5^{101} + 5^{101}$.

Zad. 3 (1 pkt.) Oblicz wartość wyrażenia $(3m - 2)^2 - (5 + 3m)^2$, gdzie m jest liczbą rzeczywistą.

Zad. 4 (1 pkt.) Ile jest wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych, w których zapisie dziesiętnym nie występuje cyfra 7.

Zad. 5 (1 pkt.) Zaznacz na osi liczbowej zbiór wszystkich liczb rzeczywistych x spełniających nierówność $|x + 3| \leq 4$.

Zad. 6 (1 pkt.) Dana jest funkcja liniowa f określona wzorem $f(x) = ax + b$, gdzie a i b są liczbami rzeczywistymi. Wykres funkcji $y = f(x)$ przedstawiono na rysunku poniżej:



Współczynniki a i b we wzorze funkcji f spełniają warunki:

A. $a > 0$ i $b > 0$

B. $a > 0$ i $b < 0$

C. $a < 0$ i $b > 0$

D. $a < 0$ i $b < 0$.

Zad. 7 (1 pkt.) Pan Nowak wpłacił do banku 50 000 zł na lokatę trzyletnią z rocznym oprocentowaniem 8%. Jaką kwotę ostatecznie wypłaci, jeżeli kapitalizacja odsetek odbywa się co kwartał.

Zad. 8 (1 pkt.) Wiedząc, że $\operatorname{tg} \alpha = 3$ oraz α jest kątem ostrym oblicz $\sin \alpha + \cos^2 \alpha$.

Zad. 9 (1 pkt.) Oblicz cosinus największego kąta trójkąta o bokach długości 5, 6, 10. Czy ten trójkąt jest rozwartokątny czy ostrokątny?

Zad. 10 (2 pkt.) Wykaż, że dla każdej naturalnej liczby nieparzystej n liczba $n^2 + 2027$ nie jest liczbą podzieloną przez 8.

Zad. 11 (2 pkt.) Dane są dwie liczby x i y takie, że iloraz $y : x$ jest równy $(\sqrt{7} - 2) : 2$. Oblicz wartość wyrażenia $(x + y) : y$.

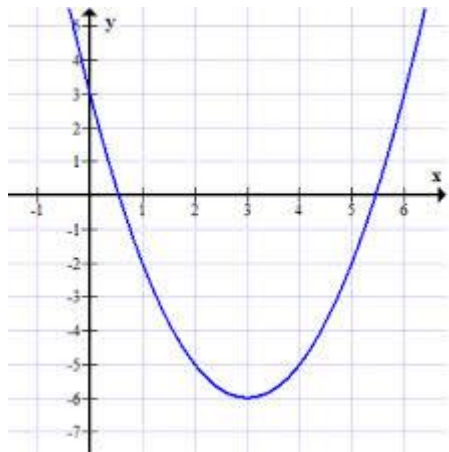
Zad. 12 (2 pkt.) W zbiorze liczb rzeczywistych rozwiąż równanie $\frac{(2x+1)(x-2)}{3x(10-5x)} = 0$.

Zad. 13 (3 pkt.) Rozwiąż równanie $(2x - 5)^4 - 5(2x - 5)^2 + 6 = 0$.

Zad. 14 (3 pkt.) Dany jest wielomian $W(x) = 3x^3 + (m + 3)x^2 + 3x - 2$, gdzie m jest pewną liczbą rzeczywistą. Wiadomo, że $W(x) = (x + 2)P(x)$, gdzie $P(x)$ jest trójmianem kwadratowym. Wyznacz wielomian $P(x)$ oraz oblicz wszystkie pierwiastki rzeczywiste wielomianu $W(x)$.

Zad. 15 (3 pkt) Liczby 3, a , b są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego. Jeśli w tym ciągu liczbę a zmniejszymy o 5 oraz b zwiększymy o 17 to otrzymamy kolejne wyrazy ciągu geometrycznego. Wyznacz a i b .

Zad. 16 (3 pkt.) Dana jest funkcja kwadratowa f , której fragment wykresu (paraboli) przedstawiono na rysunku poniżej. Wierzchołek paraboli oraz jej punkt przecięcia z osią OY mają współrzędne całkowite. Wyznacz wzór tej funkcji w postaci kanonicznej.



Zad. 17 (4 pkt.) Dany jest okrąg o środku w punkcie $S = (3, -4)$ i prosta o równaniu $2x - y - 11 = 0$. Okrąg jest styczny do tej prostej w punkcie P . Wyznacz równanie tego okręgu oraz oblicz współrzędne punktu styczności P .

Zad. 18 (4 pkt.) Rozpatrzmy wszystkie równoległoboki o obwodzie równym 200 i kącie ostrym 30° . Oblicz wymiary tego równoległoboku, który posiada największe pole oraz oblicz to największe pole.

Zad. 19 (4 pkt.) Oblicz stosunek objętości kuli wpisanej w czworościan foremny do objętości kuli opisanej na tym czworościanie.

Zad. 20 (4 pkt.) Oblicz pole powierzchni bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCDP$, gdzie P jest wierzchołkiem ostrosłupa wiedząc, że pole trójkąta ACP wynosi 120 oraz $|AC| : |AP| = 10 : 13$.